

Усенков Дмитрий Юрьевич

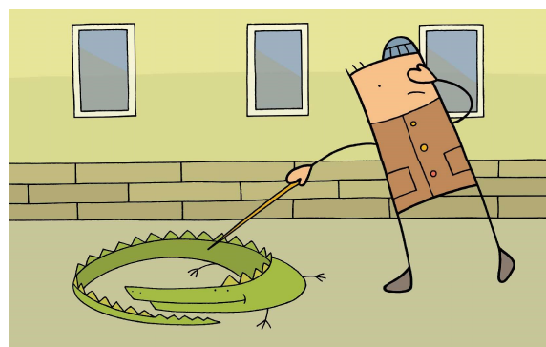
РАСЧЕТЫ 3D-РИСУНКА НА АСФАЛЬТЕ: «ПРОВЕРИМ АЛГЕБРУ ГАРМОНИЕЙ»

Многим, наверное, знаком такой жанр 3D-искусства как «3D на асфальте» (другие названия – «уличный street-art» или «мадоннари»): при взгляде из определенной «правильной» точки нарисованная на асфальте плоская картинка вдруг «оживает», становясь объемной и почти реальной. Особенно ярко это свойство проявляется, если смотреть одним глазом (зажмурив другой) либо рассматривать фотографию и если при этом в кадре присутствует «настоящий» реальный объект либо кто-нибудь из зрителей. Ниже

приведены несколько впечатляющих примеров подобной 3D-графики.

Такие «псевдо-реальные» картинки могут создаваться не только на асфальте, но и на вертикальных стенах, на бумаге, в качестве «боди-арта» и пр. и всегда вызывают восторг и восхищение зрителей. Однако создавать такие изображения умеют лишь немногие художники, пользуясь методом «проб и ошибок», поэтому «3D на асфальте» пока еще остается «элитной» областью искусства.





Особенно ярко это свойство проявляется, если смотреть одним глазом...



А хотели бы вы сами научиться создавать такие трехмерные рисунки на асфальте? На самом деле это вовсе не так сложно, если «доверить гармонию алгебре» и найти способ «обсчитывать» требуемый рисунок на компьютере. Правда, таких методик выполнения расчетов для 3D-стритарта не существует, и потому все требуемые формулы нам придется вывести самим.

1. СЕКРЕТ – В АНАМОРФОЗЕ

Главный секрет «3D на асфальте» – в создании *анаморфной проекции*.

Предположим, что у нас имеется некоторый реальный объект (предмет или человек), который стоит на ровной горизонтальной площадке (на том же асфальте), и мы освещаем его точечным источником света (лампочкой), расположенной в некоторой точке пространства. Тогда наш объект будет отбрасывать тень, которая, как видно на рисунке ниже, окажется существенно искаженной: она будет растягиваться вдаль тем больше, чем выше объект, и при этом будет все более расширяться в стороны (рис. 1).

А что будет, если теперь обвести получившуюся на асфальте тень, убрать исходный объект и источник света и попробовать посмотреть на получившийся рисунок как раз из той самой точки, в которой располагалась лампочка? Очевидно, получаемая картина распространения световых лучей окажется при этом точно такой же, как при «рисовании тени», но в обратном направлении (к глазу зрителя), и при некоторой фантазии можно будет вообразить, что это – контуры исходного объекта, стоящего вертикально.

Таким образом, для создания «3D-рисунка на асфальте» надо спроецировать нужную объемную фигуру (в том числе воображаемую) на горизонтальную плоскость, нарисовать получившуюся искаженную проекцию (рис. 2), а затем рассматривать ее именно из той точки пространства, из которой выполнялось проецирование.

Отметим также, что в этом случае мы имеем дело с *обратной перспективой*. Действительно: обычно при рисовании мы учитываем, что «все линии сходятся в одну точку на горизонте» и что чем дальше располагается изображаемый предмет, тем он кажет-

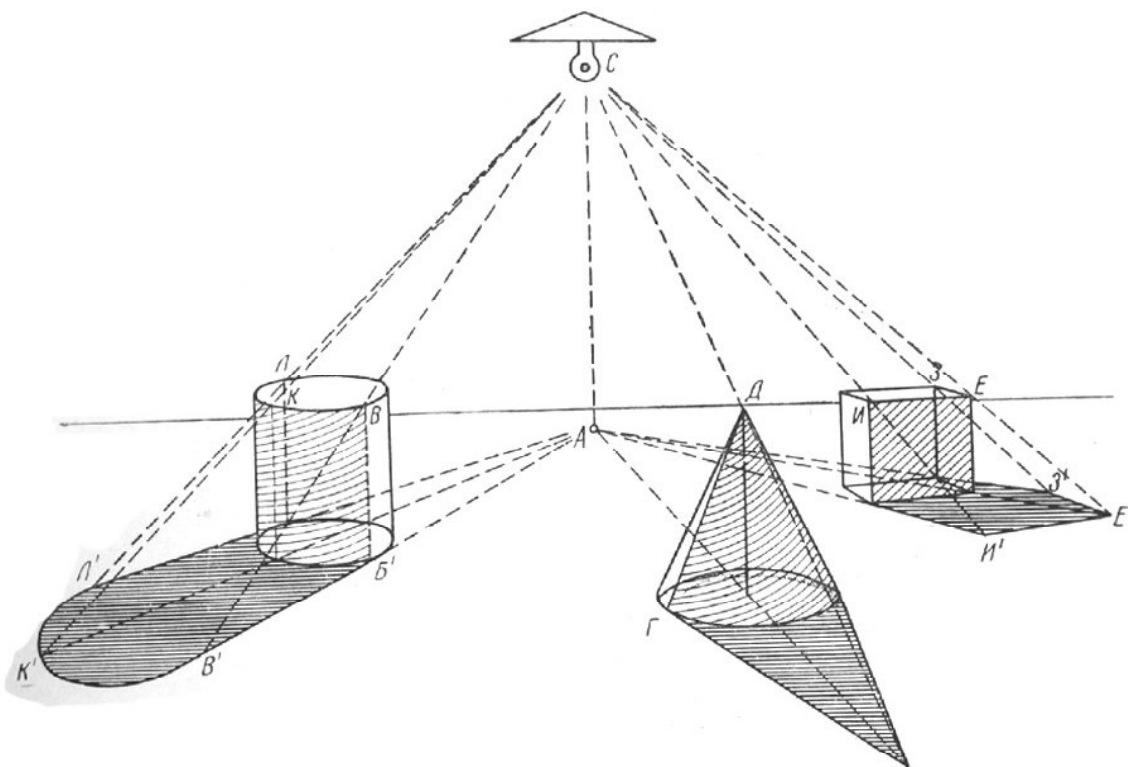


Рис. 1

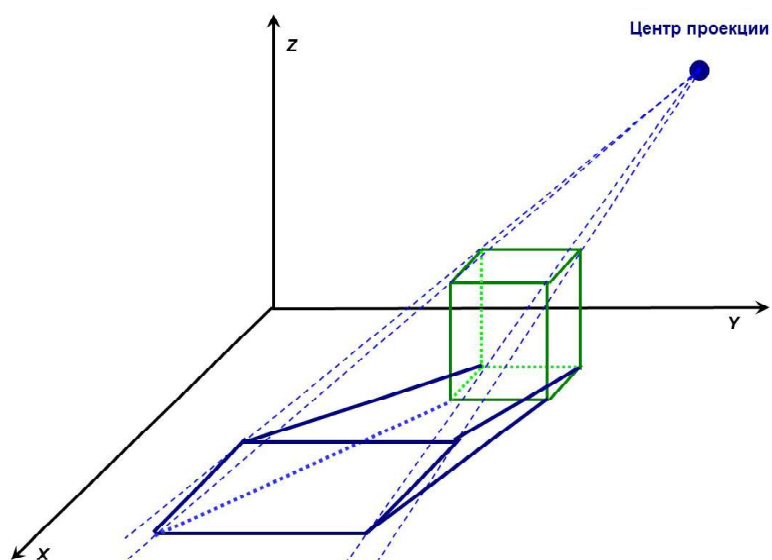


Рис. 2

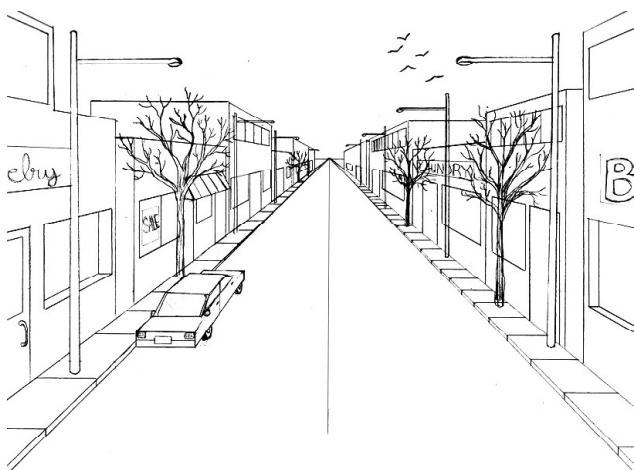


Рис. 3

ся меньше, – эти правила рисования и называют «перспективой» (рис. 3). В нашем же случае при рисовании на асфальте, наоборот, линии расходятся из некоторой точки (соответствующей местоположению точки рассматривания рисунка), а изображаемые предметы увеличиваются при увеличении расстояния от них до зрителя (рис. 4). Подобный графический прием использовался в древности (в частности, в древнерусской и византийской иконописной традиции), чтобы

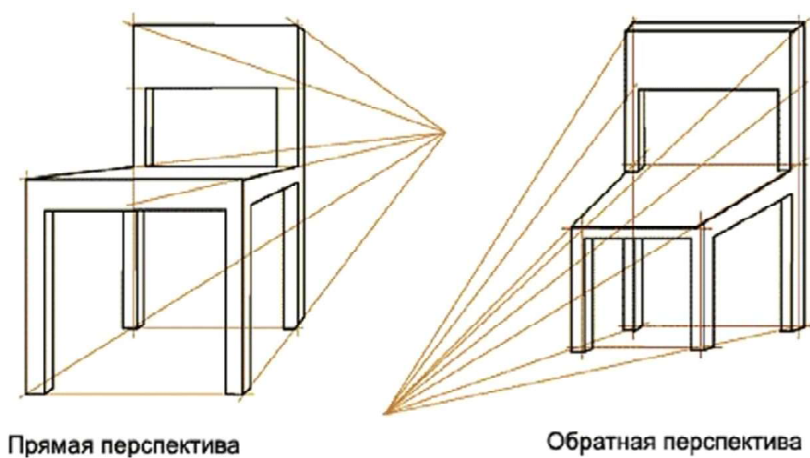
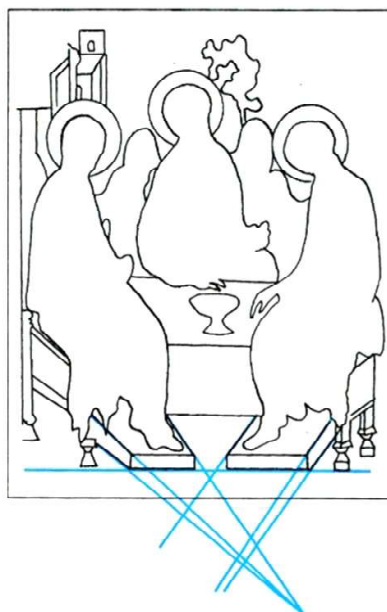


Рис. 4



А. Рублев. Троица Ветхозаветная



А. Рублев. Схема иконы

Рис. 5

создать эффект «сосредоточивания» изображения на зрителе (рис. 5).

2. ВЫВОДИМ ФОРМУЛЫ

Чтобы вывести нужные нам расчетные формулы, необходимо рассмотреть следующую физическую картину: центральное проецирование на горизонтальную плоскость некоторого условного объекта, установленного по отношению к этой плоскости вертикально (ортогонально), из точки, расположенной перед этим объектом и чуть выше него. В качестве такого объекта будем рассматривать горизонтальный отрезок длиной a , расположенный на высоте h (рис. 6). При

этом пусть исходная точка, из которой выполняется проецирование (точка рассматривания), располагается напротив середины отрезка на расстоянии S от него и на высоте H .

Начертим схемы проецирования, получаемые при рассматривании сбоку (рис. 7) и сверху (рис. 8). Рассматривая получающиеся при этом на чертежах треугольники, нетрудно заметить их геометрическое подобие. Тогда, вспомнив известные из школьного курса геометрии свойства подобных треугольников, мы можем вывести соответствующие формулы:

$$\text{– из «вида сверху» } \frac{a}{A} = \frac{S}{S + S_1},$$

$$\text{– из «вида сбоку» по } \frac{h}{H} = \frac{S}{S + S_1}.$$

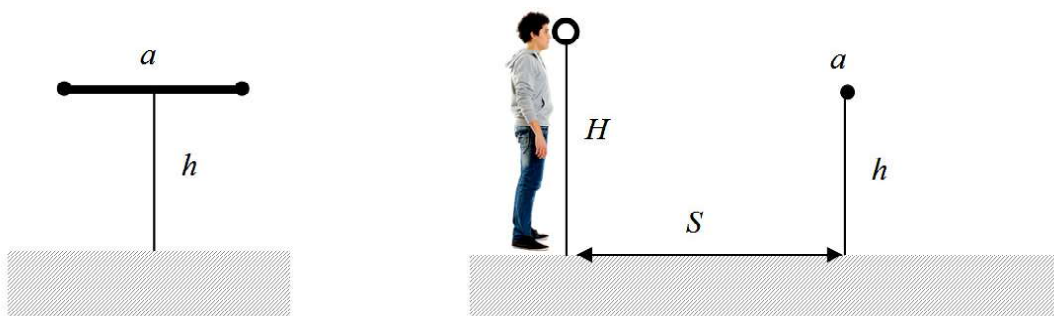
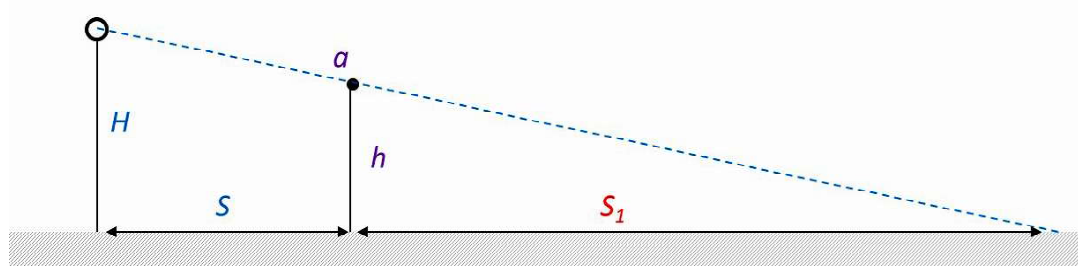
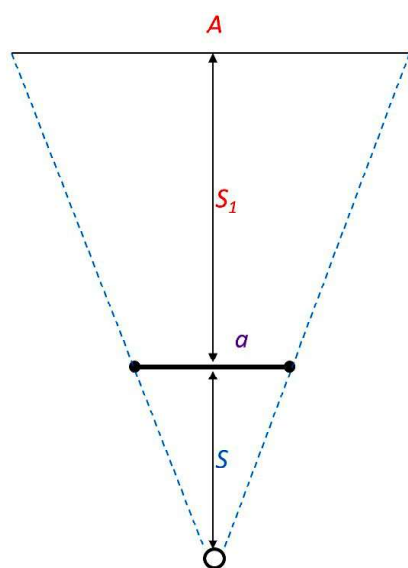


Рис. 6



$$\frac{h}{H} = \frac{S}{S + S_1} \Rightarrow S_1 = \frac{h \cdot S}{H - h} \Rightarrow (S_1 + S) = \frac{h \cdot S}{H - h} + S$$

Рис. 7. Вид сбоку



$$\frac{a}{A} = \frac{S}{S + S_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \frac{a \cdot (S + S_1)}{S}$$

$$\text{где } (S_1 + S) = \frac{h \cdot S}{H - h} + S$$

Рис. 8. Вид сверху

При этом вполне очевидными являются следующие закономерности:

1) горизонталь длины a , расположенная на высоте h , проецируется в горизонталь длины A , отстоящую от точки наблюдения на расстояние $(S + S_1)$,

2) любая точка X , отстоящая на расстояние a от средней линии и находящаяся на высоте h , проецируется в точку, отстоящую от средней линии на расстояние A и расположенную на удалении $(S + S_1)$ от точки наблюдения,

3) изменение значения H (роста зрителя) не является критичным, оно может быть приведено к требуемому за счет изменения расстояния S .

А что будет, если проецируемая точка перенесена в глубину на дополнительное расстояние s (рис. 9)?

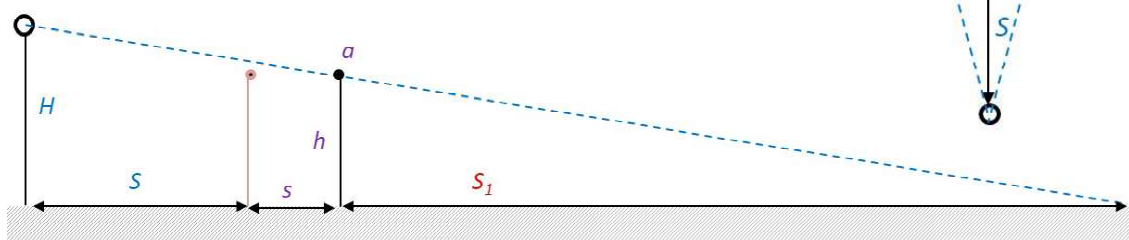
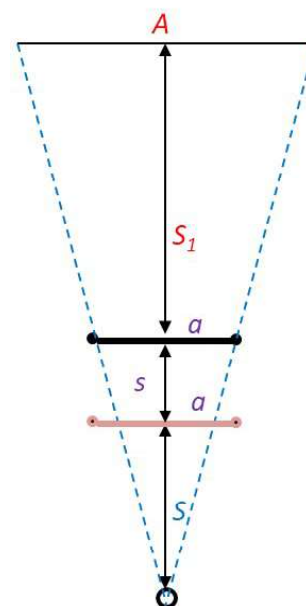


Рис. 9

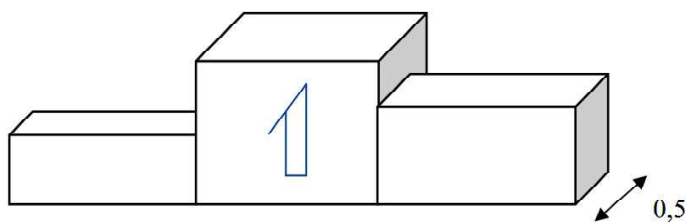


Рис. 10

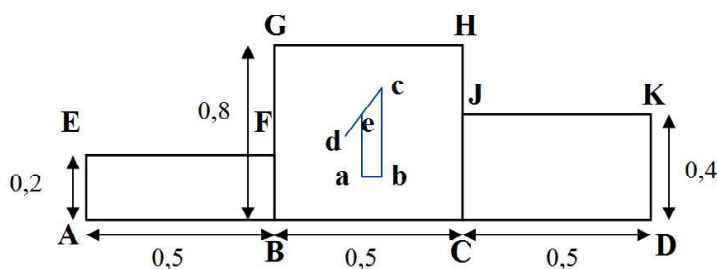


Рис. 11

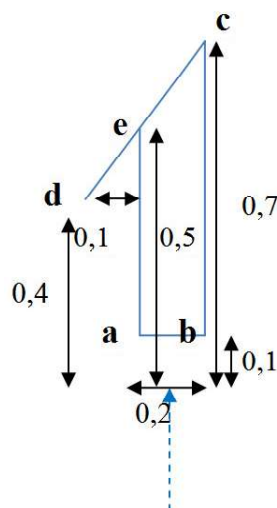


Рис. 12

Очевидно, все указанные закономерности и формулы сохраняют силу, но расстояние S в формулах нужно будет заменить на $S + s$. При этом:

- 1) расстояние S_1 увеличивается,
- 2) расстояние A в абсолютной величине не меняется, но за счет увеличения расстояния $(S + S_1)$ угловое расстояние по горизонтали уменьшается.

3. ВЫПОЛНЯЕМ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Итак, мы вывели формульные зависимости, позволяющие расчетным путем определить требуемое положение проекции любой заданной точки исходного объекта на горизонтальной плоскости (на асфальте) при центральном проецировании из точки рассматривания. При этом расстояния отсчитываются: «в глубину» – от ног зрителя, в стороны – от «средней линии» (направленной вперед от зрителя). Благодаря этому можно будет выделить на исходном объекте некоторый набор характерных точек (например, по углам), выполнить для каждой из них соответствующие вычисления, построить на асфальте их проекции, а затем, соединя по-

лученные проекции точек, создать на асфальте требуемый анаморфный рисунок.

Рассмотрим в качестве простого примера спортивный пьедестал почёта (рис. 10). Соответствующие размеры этого объекта указаны на рис. 11 (вид спереди; размер по глубине указан на рис. 10), и там же на рисунке размечены и обозначены соответствующие опорные точки, а пунктирной стрелкой отмечено направление проецирования и местоположение «опорной» средней линии. Дополнительно на рис. 12 указаны размеры и обозначены опорные точки для изображения «единицы».

Определим расположение точки рассматривания (точки, из которой выполняется центральное проецирование): $S = 1,5$; $H = 1,3$ (будем рассчитывать на рост детей, которым, наверное, такой рисунок будет наиболее интересен, но при желании вы можете повторить вычисления и для своей величины роста).

Теперь выполним вычисления по выведенным ранее формулам для каждой опорной точки и сведём полученные данные в таблицу 1, определяющую изображение «лицевой» стороны пьедестала.

Табл. 1

Точка	Расположение от линии взгляда	a	h	A	S_1	$S_1 + S$
A	слева	0,75	0	0,75	0	1,5
B	слева	0,25	0	0,25	0	1,5
C	справа	0,25	0	0,25	0	1,5
D	справа	0,75	0	0,75	0	1,5
E	слева	0,75	0,2	0,88636	0,27273	1,77273
F	слева	0,25	0,2	0,29545	0,27273	1,77273
G	слева	0,25	0,8	0,65	2,4	3,9
H	справа	0,25	0,8	0,65	2,4	3,9
J	справа	0,25	0,4	0,36111	0,66667	2,16667
K	справа	0,75	0,4	1,08333	0,66667	2,16667
a	слева	0,1	0,1	0,10833	0,125	1,625
b	справа	0,1	0,1	0,10833	0,125	1,625
c	справа	0,1	0,7	0,21667	1,75	3,25
d	слева	0,2	0,4	0,28889	0,66667	2,16667
e	слева	0,1	0,5	0,1625	0,9375	2,4375

Для опорных точек задней стороны пьедестала повторяем те же вычисления, учитывая, что теперь $S = S + 0,5$, то есть $S = 2$; $H = 1,3$. В результате получим таблицу 2 (более короткую, так как на задней стороне пьедестала нам уже не нужно «обсчитывать» изображение «единицы»).

Как видим, действительно получается, что чем выше над поверхностью асфальта располагается проецируемая точка, тем ее проекция будет располагаться дальше от зрителя «по глубине» и дальше от «средней линии» по ширине, то есть наш рисунок действительно при проецировании вытягивает-

Табл. 2

Точка	Расположение от линии взгляда	a	h	A	S_1	$S_1 + S$
A1	слева	0,75	0	0,75	0	2
B1	слева	0,25	0	0,25	0	2
C1	справа	0,25	0	0,25	0	2
D1	справа	0,75	0	0,75	0	2
E1	слева	0,75	0,2	0,88636	0,36364	2,36364
F1	слева	0,25	0,2	0,29545	0,36364	2,36364
G1	слева	0,25	0,8	0,65	3,2	5,2
H1	справа	0,25	0,8	0,65	3,2	5,2
J1	справа	0,25	0,4	0,36111	0,88889	2,88889
K1	справа	0,75	0,4	1,08333	0,88889	2,88889

ся вдаль и расширяется в стороны, как и полагается при анаморфировании. Кроме того, исходя из полученных данных, нетрудно приближенно определить и размеры требуемой для рисования площадки – примерно $2,5 \times 3$ метра.

Остается только взять большую метровую линейку, рулетку и мелки, выйти на улицу, разметить согласно полученным таблицам требуемые «опорные точки» и соединить их соответствующими линиями (так же, как соответствующие им исходные точки соединены между собой в исходном рисунке), не забывая при этом отслеживать невидимые отрезки линий. Можно также закрасить изображение пьедестала, превратив его из «каркасного» в «сплошное», а цифру «1» нарисовать другим цветом. Не забудьте также отметить место расположения зрителя для рассматривания рисунка. И – вот и всё, можно фотографироваться в качестве «виртуального чемпиона»!

4. РАСЧЕТЫ ДЛЯ РИСУНКА НА БУМАГЕ

Если же рисовать на асфальте неудобно (или неохота), то можно опробовать создание «3D-арта» на бумаге. Принципы расчетов здесь те же самые, но вычисления существенно упрощаются за счет того, что не требуется обсчитывать каждую «опорную» точку – достаточно вычислить, насколько нужно исказить (вытянуть по вертикали и растянуть верхний край по горизонтали) исходный растровый рисунок.

Итак, пусть мы имеем исходный растровый рисунок размерами $a \times h$ (единицы измерения могут быть любыми – сантиметры, дюймы, число пикселей и пр.) – рис. 13.

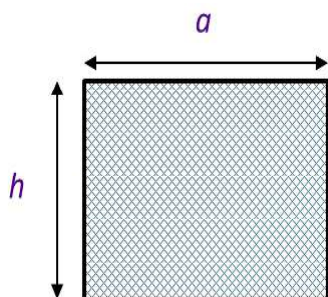
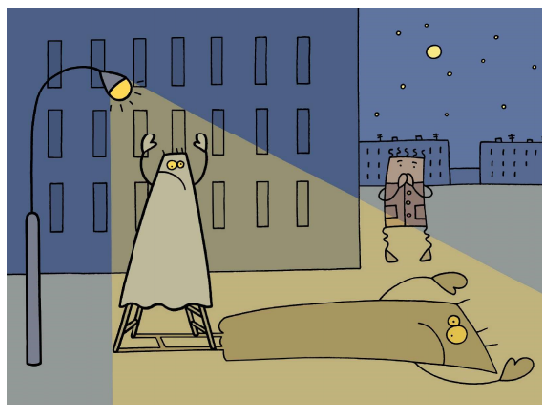


Рис. 13



...чем выше над поверхностью асфальта располагается проецируемая точка, тем ее проекция будет располагаться дальше от зрителя...

Тогда при выполнении центрального проецирования такого рисунка как вертикально стоящего прямоугольника на горизонтальную поверхность (рис. 14) по аналогии с предыдущими получаем формулы:

$$S_1 = \frac{h \cdot S}{H - h} \text{ – удлинение рисунка растяжением по вертикали,}$$

$$A = \frac{a \cdot (S + S_1)}{S} \text{ – растяжение верхнего края рисунка по горизонтали.}$$

В качестве примера рассмотрим «псевдообъемное» изображение жука-носорога

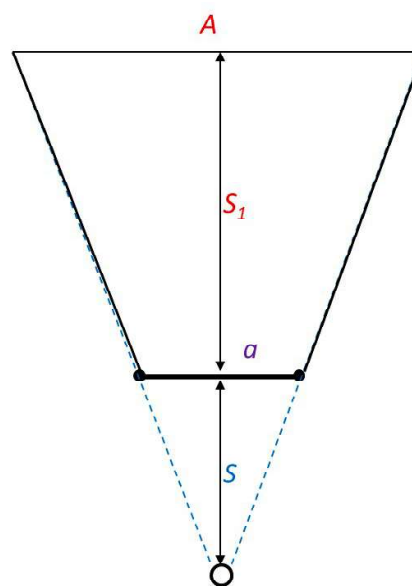


Рис. 14



Рис. 15

(рис. 15) размерами 800×530 пикселей ($15,08 \times 10$ см).

Выберем следующее расположение точки рассматривания: $S = 30$ см, $H = 15$ см и выполним вычисления:

$$S = \frac{10 \cdot 30}{15 - 10} = 60 \text{ см},$$

$$A = \frac{15,08 \cdot (30 + 60)}{30} = 45,24 \text{ см}.$$

Таким образом, потребуется растяжение верхнего края рисунка по горизонтали в 3 раза ($45,24/15,08 = 3$) – до ширины 2400 пикселей (ширина нижнего края остается преж-

няя – 800 пикселей) и растяжение по вертикали в 6 раз ($60/10 = 6$) – до высоты 3180 пикселей.

Необходимые трансформации можно выполнить, например, в Adobe Photoshop.

1. Загружаем исходный рисунок (см. рис. 15).

2. Выбираем в меню пункт **Изображение** → **Размер изображения**, в открывшемся окне (рис. 16) отключаем флажок **Сохранить пропорции** и устанавливаем высоту рисунка 3180 пикселей.

3. Для запоминания прежних размеров рисунка выделяем его весь (комбинацией клавиш **Ctrl + A**) и выбираем режим «быстрой маски».

4. Выбираем в меню пункт **Изображение** → **Размер холста**, выставляем в появившемся окне (рис. 17) параметры: **Расположение** – по середине, единицы измерения – **пикс.** (пиксели), **Ширина** = 2400 пикселей, **Цвет расширения холста** – Фон. По бокам рисунка появятся «засветки» цветом «быстрой маски». Снимем «быструю маску» – останется выделен непосредственно сам рисунок, а по бокам его окажется чистый белый фон.

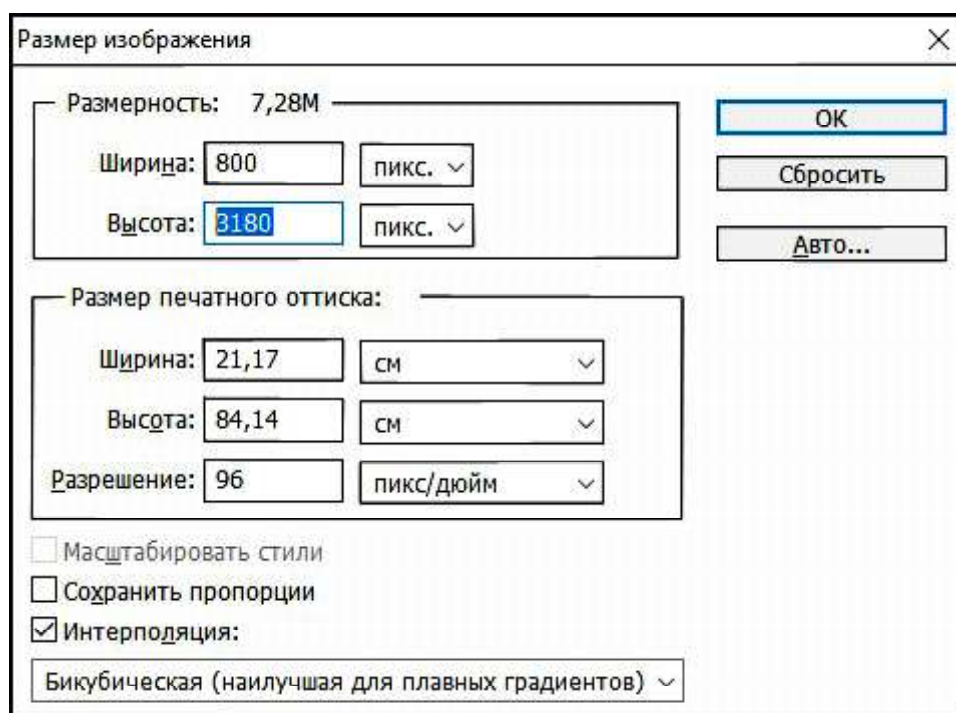


Рис. 16

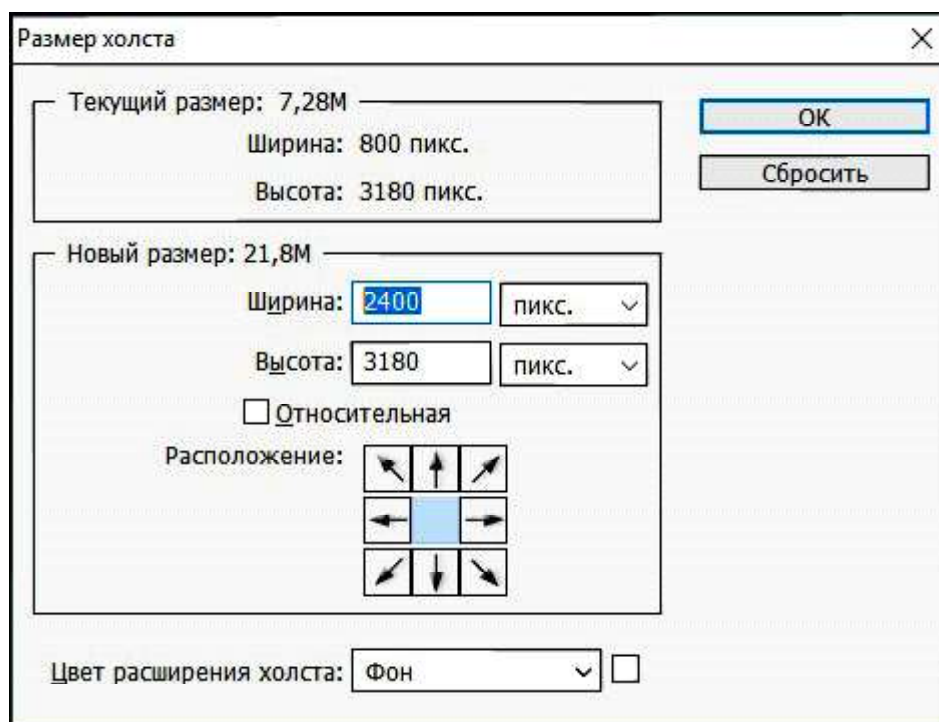


Рис. 17

5. Выбираем в меню пункт **Редактирование** → **Трансформирование** → **Перспектива**. По контурам области выделения фраг-

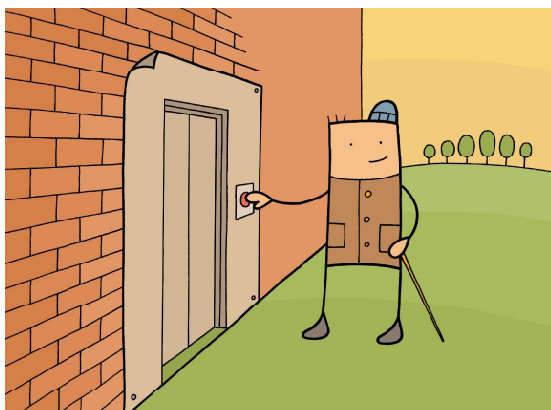


Рис. 18

мента появится рамка – тянем мышью за ее верхний угол (левый или правый), растягивая верх рисунка до левого и правого краев всего фона (рис. 18). После этого выполняем двойной щелчок мыши внутри выделенной области для закрепления трансформации. Анаморфированный рисунок примет вид, показанный на рис. 19.



Рис. 19



А самое главное – не боимся экспериментов!

Вот и всё! Можно распечатать этот рисунок (желательно – с соблюдением рассчитанных ранее размеров в сантиметрах) и рассматривать его так, чтобы 3D-эффект получился максимальным: с соответствующей точки, одним глазом (или фотографировать) и желательно – разместив на листе с рисунком какой-нибудь реальный объемный объект (например, как на рис. 20).

Аналогичным способом, кстати, можно выполнять и художественные рисунки «3D на асфальте», не выполняя вычисления для большого набора «опорных точек».

1. Заготавливаем исходный рисунок, который хотелось бы воспроизвести на асфальте. При этом исходное компьютерное (либо отсканированное) изображение масштабируем так, чтобы его размеры соответствова-

ли требуемым размерам рисунка на асфальте в некотором целочисленном масштабе (например, 1 : 10). Соответственно, требуемые параметры точки рассматривания (высоту и расстояние до «виртуального объекта») нужно брать в расчеты в том же масштабе. Поверх рисунка накладываем тонкими линиями опорную сетку с квадратными ячейками требуемого размера.

2. Выполняем вычисления и производим анаморфное трансформирование подготовленного компьютерного изображения в графическом редакторе Photoshop (опорная сетка, соответственно, также исказится).

3. Распечатываем полученный рисунок на бумаге с требуемыми согласно расчетам размерами в качестве эскиза.

4. Чертим на асфальте опорную сетку в таком виде, в каком она получилась на эскизе после анаморфирования, в соответствующем масштабе увеличения (например 10 : 1), а затем «на глазок» переносим рисунок с имеющегося эскиза на асфальт, ориентируясь по линиям опорной сетки. Не забываем также отметить правильное расположение точки рассматривания.

И тогда, может быть, и вы сможете участвовать на равных с лучшими художниками в конкурсах 3D-стритарта, например, в показанных в следующих видеосюжетах на Youtube: <https://youtu.be/YmBNlvLheic> и https://youtu.be/511hazf_Q6Y.



Рис. 20

**Усенков Дмитрий Юрьевич,
ГБОУ СОШ № 1360, г. Москва.**